Approximations

Approximations.....	1
1. Encadrement	2
2. Approximation décimale à α près	2
3. Approximation décimale par défaut à α près.....	2
4. Approximation décimale par excès à α près	2
5. Approximations – Exercices.....	3

1. Encadrement

Définition

Encadrer un réels x signifie trouver deux réels a et b tels que : $a \leq x \leq b$.

L'**amplitude** de cet encadrement = $b - a$.

On dit : a et b encadrent x .

Exemples :

$\pi \approx 3,14159 \dots$

- 3 et 4 encadrent π car $3 \leq \pi \leq 4$
L'amplitude de cet encadrement = $4 - 3 = 1$.
- 3,1 et 3,2 encadrent π car $3,1 \leq \pi \leq 3,2$
L'amplitude de cet encadrement = $3,2 - 3,1 = 0,1$.

2. Approximation décimale à α près

Définition

Soient α un réel strictement positif, A et x deux réels.

A est **une approximation de x à α près** ssi $A - \alpha \leq x \leq A + \alpha$

On dit : A est **une valeur approchée de x à α près**,
 $x \approx A$ à α près.

Exemples :

- $\pi \approx 3,1$ à 10^{-1} près car $3,1 - 0,1 \leq \pi \leq 3,1 + 0,1$
- $\pi \approx 3,2$ à 10^{-1} près car $3,2 - 0,1 \leq \pi \leq 3,2 + 0,1$
- $\pi \approx 3,14$ à 10^{-2} près car $3,14 - 0,01 \leq \pi \leq 3,14 + 0,01$
- $\pi \approx 3,15$ à 10^{-2} près car $3,15 - 0,01 \leq \pi \leq 3,15 + 0,01$
- $\pi \approx 3,1444$ à 10^{-1} près car $3,1444 - 0,1 \leq \pi \leq 3,1444 + 0,1$

3. Approximation décimale par défaut à α près

Définition

Soient α un réel strictement positif, A et x deux réels.

A est **une approximation par défaut de x à α près** ssi $A \leq x \leq A + \alpha$

On dit : A est **une valeur approchée par défaut de x à α près**,
 $x \approx A$ à α près par défaut.

Exemples :

- $\pi \approx 3,1$ à 10^{-1} près par défaut car $3,1 \leq \pi \leq 3,1 + 0,1$
- $\pi \approx 3,14$ à 10^{-2} près par défaut car $3,14 \leq \pi \leq 3,14 + 0,01$
- $\pi \approx 3,1222$ à 10^{-1} près par défaut car $3,1222 \leq \pi \leq 3,1222 + 0,1$

4. Approximation décimale par excès à α près

Définition

Soient α un réel strictement positif, A et x deux réels.

A est **une approximation par excès de x à α près** ssi $A - \alpha \leq x \leq A$

On dit : A est **une valeur approchée par excès de x à α près**,
 $x \approx A$ à α près par excès.

Exemples :

- $\pi \approx 3,2$ à 10^{-1} près par excès car $3,2 - 0,1 \leq \pi \leq 3,2$
- $\pi \approx 3,15$ à 10^{-2} près par excès car $3,15 - 0,01 \leq \pi \leq 3,15$
- $\pi \approx 3,1888$ à 10^{-1} près par excès car $3,1888 - 0,1 \leq \pi \leq 3,1888$

5. Approximations – Exercices

$\pi = 3,14159 \dots$

Donner :

- a) Une approximation de π à 0,0001 près.
- b) Une approximation par défaut de π à 0,0001 près.
- c) Une approximation par excès de π à 0,0001 près.
- d) Un encadrement d'amplitude 0,0001 de π .
- e) Une approximation de π à 10^{-2} près.
- f) Une approximation par défaut de π à 10^{-2} près.
- g) Une approximation par excès de π à 10^{-2} près.
- h) Un encadrement d'amplitude 10^{-2} de π .
- i) Une valeur approchée à 0,1 près de $\frac{2}{3}$.
- j) Une valeur approchée par défaut à 0,1 près de $\frac{2}{3}$.
- k) Une valeur approchée par excès à 0,1 près de $\frac{2}{3}$.
- l) Un encadrement d'amplitude 0,1 de $\frac{2}{3}$.
- m) Une valeur approchée à 10^{-3} près de $\frac{7}{3}$.
- n) Une valeur approchée par défaut à 10^{-3} près de $\frac{7}{3}$.
- o) Une valeur approchée par excès à 10^{-3} près de $\frac{7}{3}$.
- p) Un encadrement d'amplitude 10^{-3} de $\frac{7}{3}$.
- q) Une valeur approchée à 10^{-1} près de $\frac{17}{7}$.
- r) Une valeur approchée par défaut à 10^{-1} près de $\frac{17}{7}$.
- s) Une valeur approchée par excès à 10^{-1} près de $\frac{17}{7}$.
- t) Un encadrement d'amplitude 10^{-1} de $\frac{17}{7}$.
- u) Une valeur approchée à 10^{-2} près de $\frac{17}{7}$.
- v) Une valeur approchée par défaut à 10^{-2} près de $\frac{17}{7}$.
- w) Une valeur approchée par excès à 10^{-2} près de $\frac{17}{7}$.
- x) Un encadrement d'amplitude 10^{-2} de $\frac{17}{7}$.

Solutions

- a) 3,1416 b) 3,1415 c) 3,1416 d) $3,1415 \leq \pi \leq 3,1416$
e) 3,14 f) 3,14 g) 3,15 h) $3,14 \leq \pi \leq 3,15$
i) 0,7 j) 0,6 k) 0,7 l) $0,6 \leq \frac{2}{3} \leq 0,7$
m) 2,333 n) 2,333 o) 2,334 p) $2,333 \leq \frac{7}{3} \leq 2,334$
q) 2,4 r) 2,4 s) 2,5 t) $2,4 \leq \frac{17}{7} \leq 2,5$
u) 2,43 v) 2,42 s) 2,43 t) $2,42 \leq \frac{17}{7} \leq 2,43$